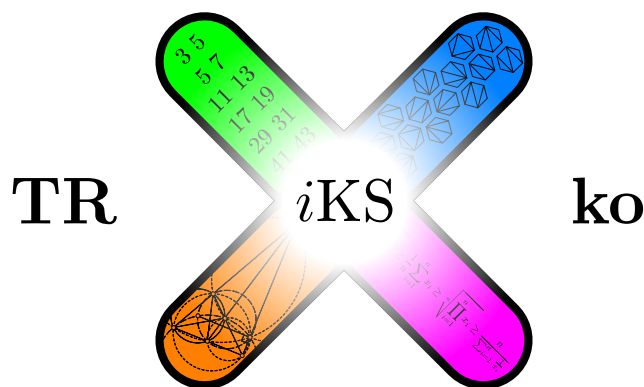




Úloha 1. Daný je ostrouhlý trojuholník ABC s päťami výšok D, E, F , ležiacimi postupne na stranách AB, BC, CA . Obraz bodu F v stredovej súmernosti podľa stredu strany AB leží na priamke DE . Určte veľkosť uhla BAC .

Úloha 2. Dokážte, že pre ľubovoľné kladné čísla $a_1, \dots, a_n$ ($n \geq 2$)

$$(a_1^3 + 1)(a_2^3 + 1) \cdots (a_n^3 + 1) \geq (a_1^2 a_2 + 1)(a_2^2 a_3 + 1) \cdots (a_n^2 a_1 + 1)$$

Úloha 3. Polynóm $P(x)$ stupňa $n \geq 5$ s celočíselnými koeficientmi má n rôznych celočíselných koreňov, z ktorých jeden je 0. Nájdite všetky celočíselné korene polynómu $P(P(x))$.

Úloha 4. Nech $n \geq 16$ je celé číslo a majme množinu n^2 bodov v rovine:

$$G = \{(x, y) \mid x, y \in \{1, 2, \dots, n\}\}.$$

Nech A je podmnožina G aspoň $4n\sqrt{n}$ bodov. Dokážte, že existuje aspoň n^2 konvexných štvoruholníkov, ktorých vrcholy sú z A a všetky ich uhlopriečky prechádzajú jedným bodom.