Mezinárodní korespondenční seminář

Medzinárodný korešpondenčný seminár

3. ročník
2013 / 2014

web: *www.iksko.org* e-mail: *iks@iksko.org*

Milý příteli !

Vítej mezi námi! iKS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (*mks.mff.cuni.cz*) a Korešpondenčného matematického seminára (*www.kms.sk*). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři MKS (liché série) a KMS (sudé série) – **doručovací adresa se tedy střídá**; bude vždy uvedena u zadání série. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze standardně získat 0 – 7 bodů, ve výjimečných případech (velmi originální řešení, zajímavé zobecnění úlohy…) může opravovatel udělit až 9 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejlehčího po nejtěžší.

Ostatní pravidla iKS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. *kms.sk/pravidla*. Zdůrazníme zde jen nejpodstatnější věci: každou úlohu sepisuj na **zvláštní papír A4**, v záhlaví uveď své **jméno** a **číslo úlohy**. O tom, zda jsi své řešení poslal včas, rozhoduje razítko na obálce. Řešení můžeš odevzdávat **i elektronicky**, detaily se dozvíš na našem webu.

Konečně, proč vlastně iKS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem** „Vyhrál jsem iKS“! Kromě toho i v tomto ročníku chystáme před celostátním kolem MO exkluzivní **iKS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese *www.iksko.org*.

Matematický Korespondenční Seminář

SK MO

Korešpondenčný matematický seminár

Zadání 1. série

Termín odeslání: 15. dubna 2013

Adresa pro odeslání:
Korespondenční seminář iKS
KAM MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1
Czech republic

Úloha N1. Množina M racionálních čísel splňuje

(i) $0 \in M$,

(ii) kdykoli $x \in M$, tak i $x+1 \in M$ a $x-1 \in M$,

(iii) kdykoli $x \in M \setminus \{0,1\}$, tak $\frac{1}{x(x-1)} \in M$.

Musí být M už nutně množina všech racionálních čísel?

Úloha C1. V kruhu je rozmístěno několik krabic. V každé z nich může být nějaký počet míčků, případně může být krabice prázdná. Pavel chodí po směru pohybu hodinových ručiček a pokaždé, když se mu nějaká krabice začne líbit, vytáhne z ní všechny míčky a počínaje od následující krabice dává po jednom míčku do každé krabice, okolo které prochází.

(a) Dokažte, že pokud se Pavlovi líbí pokaždé ta krabice, do které naposledy vložil míček, tak bude rozmístění míčků časem stejné jako jejich počáteční rozmístění.

(b) Dokažte, že Pavel umí vhodnými sympatiemi ke krabicím zařídit, aby se rozmístění míčků v krabicích změnilo na jakékoliv jiné se stejným celkovým počtem míčků.

Úloha A1. Je dáno reálné číslo a a posloupnost $(x_n)_{n=0}^{\infty}$ splňující rekurentní předpis $x_0 = a$, $x_{n+1} = 2a - (a^2+1)/x_n$. Ukažte, že pokud je tato posloupnost periodická, má její nejkratší perioda lichou délku.

Úloha G1. Trojúhelníky ABC a XYZ sdílí vepsanou kružnici a navíc body B, C, Y, Z leží v přímce. Uvažme kružnici, která se dotýká úseček AB, AC a navíc kružnice opsané trojúhelníku ABC[1], a její bod dotyku s kružnicí opsanou trojúhelníku ABC označme T. Ukažte, že pokud X leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC, tak T leží na kružnici opsané trojúhelníku XYZ.

[1] Této kružnici se říká *mixti kružnice*.

Návratka s kontaktními údaji

Pošli prosím vyplněné spolu s první sérií!

Jméno:* Příjmení:*

Zpáteční adresa:*

Škola:*

E-mail:*

*Povinný údaj