

## Zadanie 2. série

**Termín odoslania:** 15. jún 2020

**Adresa submitka:** [www.ijsko.org/submit](http://www.ijsko.org/submit)

**Úloha C2.** V obdĺžnikovej tabuľke s  $m$  riadkami a  $n$  stĺpcami, kde  $m \leq n$ , sú niektoré štvorčeky zafarbené načierno takým spôsobom, že žiadne dva riadky nie sú rovnaké. Nájdite najväčšie  $k$  také, že nech sme na začiatku mali ľubovoľné zafarbenie, tak vieme prefarbiť niektorých  $k$  stĺpcov úplne načerveno tak, aby stále neboli žiadne dva riadky rovnaké.

**Úloha G2.** Nájdite všetky funkcie  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$  také, že pre každý nedegenerovaný<sup>1</sup> štvorsten  $ABCD$  so stredom vpísanej gule  $I$  platí

$$f(I) = f(A) \cdot f(B) \cdot f(C) \cdot f(D).$$

**Úloha N2.** Rozhodnite, či existuje funkcia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  spĺňajúca

$$f(mf(n)) = f(m)f(n+m) + n$$

pre ľubovoľné  $n, m \in \mathbb{N}$ .

**Úloha A2.** V rovine je daná krivka  $C$  tvorená všetkými bodmi  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  spĺňajúcimi  $x^2 = y^3$ . Priamka  $\ell$  pretína  $C$  v troch rôznych bodoch s  $x$ -ovými súradnicami  $x_1, x_2, x_3$ . Dokážte, že

$$\sqrt[3]{\frac{x_1^2}{x_2x_3}} + \sqrt[3]{\frac{x_2^2}{x_3x_1}} + \sqrt[3]{\frac{x_3^2}{x_1x_2}} < -\frac{15}{4}.$$

<sup>1</sup>To jest taký, že jeho 4 vrcholy neležia v jednej rovine.