Zadanie 2. série

Termín odoslania: 18. júna 2018

Adresa submitka: `www.iksko.org/submit`

Úloha A2. Pavel našiel kvadratické polynómy $f(x)$, $g(x)$ a $h(x)$. Je možné, že všetky z čísel 2011, 2012, …, 2018 sú koreňmi rovnice $f(g(h(x))) = 0$?

Úloha C2. Dokážte, že prirodzené čísla sa dajú rozdeliť do dvoch skupín tak, aby boli splnené nasledovné predpoklady:

1) Pre každé prvočíslo p a pre každé prirodzené číslo n, čísla p^n, p^{n+1} a p^{n+2} nie sú v rovnakej skupine.

2) Neexistuje žiadna nekonečná geometrická postupnosť prirodzených čísel, ktorej všetky členy by boli v jednej skupine.

Úloha G2. Bod O je stredom kružnice opísanej trojuholníku ABC. Os uhla BAC pretína stranu BC v bode D. Nech M je taký bod, že $MC \perp BC$ a $MA \perp AD$. Priamky BM a OA sa pretínajú v bode P. Dokážte, že kružnica so stredom v P prechádzajúca bodom A sa dotýka priamky BC.

Úloha N2. Majme polynóm p s celočíselnými koeficientami taký, že rovnica $p(x) = 2^n$ má celočíselné riešenie pre všetky prirodzené n. Ukážte, že p je lineárny.