Mezinárodní korespondenční seminář

*i*KS

Medzinárodný korešpondenčný seminár

4. ročník
2014 / 2015

web: *www.iksko.org* e-mail: *info@iksko.org*

Milý příteli !

Vítej mezi námi! *i*KS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (*mks.mff.cuni.cz*) a Korešpondenčného matematického seminára (*www.kms.sk*). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři KMS (liché série) a MKS (sudé série) – **doručovací adresa se tedy střídá**; bude vždy uvedena u zadání série. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze standardně získat 0 – 7 bodů, ve výjimečných případech (velmi originální řešení, zajímavé zobecnění úlohy…) může opravovatel udělit až 9 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejlehčího po nejtěžší.

Ostatní pravidla *i*KS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. *kms.sk/pravidla*. Zdůrazníme zde jen nejpodstatnější věci: každou úlohu sepisuj na **zvláštní papír A4**, v záhlaví uveď své **jméno** a **číslo úlohy**. O tom, zda jsi své řešení poslal včas, rozhoduje razítko na obálce. Řešení můžeš odevzdávat i **elektronicky**, detaily se dozvíš na našem webu.

Konečně, proč vlastně *i*KS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem** „Vyhral som *i*KS“! Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní ***i*KS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese *www.iksko.org*.

Matematický Korespondenční Seminář

SK MO

Korešpondenčný matematický seminár

Zadanie 1. série

Termín odoslania: 14. apríla 2014

Adresa: *KMS – iKS*
OATČ KAGDM FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
Slovakia

Úloha C1. Nech n je prirodzené číslo. Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť čísla $1, 2, \ldots, 2n+1$ do troch neprázdnych a po dvoch disjunktných množín A, B, C tak, aby súčasne platilo:

- pre ľubovoľné $a \in A$, $b \in B$ je zvyšok a po delení b v množine C,
- pre ľubovoľné $c \in C$, existujú $a \in A$, $b \in B$ také, že c je zvyšok a po delení b?

Úloha N1. Nech p je prvočíslo a $n > 1$ je prirodzené. Dokážte, že ak $p \mid n^3 - 1$ a $n \mid p - 1$, tak $4p - 3$ je štvorec.

Úloha G1. Je daný tetivový štvoruholník $ABCD$, ktorý nie je lichobežníkom. Na priamke CD sú body E, F tak, že na nej ležia v poradí F, D, C, E. Označme G, H stredy opísaných kružníc trojuholníkom ADF a BCE. Dokážte, že priamky AB, CD, GH sa pretínajú v jednom bode práve vtedy, keď body A, B, E, F ležia na jednej kružnici.

Úloha A1. Nech $a_1, a_2, \ldots a_{2014} \in \mathbb{R}_0^+$, pričom

$$\sum_{i=1}^{2014} a_i = 1.$$

Nájdite maximálnu možnú hodnotu výrazu

$$\sum_{1 \le i < j \le 2014,\, i \mid j} a_i a_j.$$

Návratka s kontaktními údaji

Pošli prosím vyplněné spolu s první sérií!

Jméno:* Příjmení:*

Zpáteční adresa:*

Škola:*

E-mail:

*Nezbytný údaj