

Mezinárodní  
korespondenční  
seminář

Medzinárodný  
korešpondenčný  
seminár

*iKS*

11. ročník  
2021/2022

web: [www.iksco.org](http://www.iksco.org)

e-mail: [info@iksco.org](mailto:info@iksco.org)

## Milý příteli !

Vítej mezi námi! *iKS* je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK ([mks.mff.cuni.cz](http://mks.mff.cuni.cz)) a Korešpondenčního matematického seminára ([www.kms.sk](http://www.kms.sk)). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii  $\gamma$  v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku proběhne celkem šest sérií – jejich řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze získat 0 – 7 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejjednoduššího po nejtěžší.

Ostatní pravidla *iKS* jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. [kms.sk/pravidla](http://kms.sk/pravidla). **Řešení přijímáme pouze elektronicky** pomocí odevzdávátka na našem webu (<http://iksco.org/submit>).

Konečně, proč vlastně *iKS* řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem „Vyhrál som *iKS*“!** Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní ***iKS* soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese [www.iksco.org](http://www.iksco.org).



Matematický  
Korespondenční  
Seminář



Korespondenčný matematický seminár

## Zadání 1. série

**Termín odeslání:** 17. květen 2021

**Adresa submitka:** [www.iksco.org/submit](http://www.iksco.org/submit)

**Úloha A1.** Je dána  $n$ -prvková množina  $A$  kladných reálných čísel. Dokažte, že pro nejvýše  $n - 2$  různých celých čísel  $k$  lze zvolit navzájem různá  $a, b, c \in A$ , která splní  $a + b + c = 3^k$ .

**Úloha C1.** Nechť  $S$  je  $n^2$ -prvková množina bodů v rovině se souřadnicemi  $(x, y)$  pro  $x, y \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Alespoň  $\frac{5}{2}n - 1$  bodů z  $S$  je obarveno červeně. Dokažte, že nějaké čtyři červené body leží na jedné kružnici.

**Úloha N1.** Nechť  $\mathbb{N}$  značí množinu kladných celých čísel. Najděte všechny funkce  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , které splňují  $f(n) \mid f(m) + n - m$  pro libovolná  $n, m \in \mathbb{N}$ .

**Úloha G1.** Mějme trojúhelník  $ABC$  se středem kružnice opsané  $O$ . Označme  $\Omega$  kružnici opsanou  $BOC$  a  $\omega$  Feuerbachovu kružnici<sup>1</sup> trojúhelníku  $ABC$ . Dokažte, že společné vnější tečny  $\omega$  a  $\Omega$  se protínají na vnější ose úhlu  $BAC$ .

---

<sup>1</sup>Nechť jsou  $A_0, B_0, C_0$  středy stran  $BC, CA, AB$  trojúhelníku  $ABC$ . Feuerbachovou kružnici  $ABC$  rozumíme kružnici opsanou  $A_0B_0C_0$ .