TR*i*KSko

Úloha 1. *Označme S_n súčet všetkých n-ciferných čísel, ktorých dekadický zápis obsahuje iba cifry $1, 2, 3$, každú aspoň raz. Nájdite všetky celé čísla $n \geq 3$, pre ktoré je číslo S_n deliteľné siedmimi.*

Úloha 2. *V jednom rade je postavených n stĺpcov dámových kameňov tak, že medzi každými dvoma stĺpcami rovnakej výšky sa nachádza stĺpec vyšší. (Všetky kamene majú rovnakú výšku, niektoré stĺpce môžu byť tvorené aj jedným kameňom.) Najvyšší stĺpec obsahuje k kameňov. Pre dané k určte najvyššiu možnú hodnotu n.*

Úloha 3. *Predpokladajme, že pro štvoricu po dvoch rôznych reálnych číslach a, b, c, d platí*

$$(a^2 + b^2 - 1)(a + b) = (b^2 + c^2 - 1)(b + c) = (c^2 + d^2 - 1)(c + d).$$

Dokažte, že $a + b + c + d = 0$.

Úloha 4. *Nech ABC je ostrouhlý trojuholník s kružnicou opísanou Γ. Nech ℓ_b a ℓ_c sú priamky kolmé na BC, ktoré prechádzajú postupne B a C. Nech bod T leží na kratšom oblúku BC. Dotyčnica k Γ v bode T pretína s ℓ_b a ℓ_c v bodoch P_B a P_C. Kolmica na AC prechádzajúca cez P_B a kolmica na AB prechádzajúca cez P_C sa stretávajú v bode Q. Ak Q leží na priamke BC dokážte, že priamka AT prechádza Q.*