



**Úloha 1.** Pre ľubovoľné dve kladné celé čísla  $n > m$  dokážte

$$[m, n] + [m + 1, n + 1] \geq \frac{2nm}{\sqrt{n - m}},$$

kde  $[x, y]$  značí najmenší spoločný násobok čísel  $x, y$

**Úloha 2.** V trojuholníku  $ABC$  označme  $E, F$  postupne päty výšok z vrcholov  $B$  a  $C$ . Nech bod  $X$  leží na priamke  $BC$ . Predpokladajme, že kružnica opísaná trojuholníku  $BEX$  a priamka  $AB$  sa pretínajú druhýkrát v bode  $Y$  a kružnica opísaná trojuholníku  $CFX$  a priamka  $AC$  sa pretínajú druhýkrát v bode  $Z$ . Dokážte, že kružnica opísaná trojuholníku  $AYZ$  sa dotýka výšky z vrcholu  $A$ .

**Úloha 3.** Koľko najviac kráľovien vieme umiestniť na šachovnicu  $1213 \times 1213$  tak, aby každá kráľovná ohrozovala nanajvýš jednu ďalšiu?