



Úloha 1. Uvnitř čtverce $ABCD$ leží bod P tak, že platí $|AP| = |AB|$ a $\angle CPD = 90^\circ$. Dokažte, že $|DP| = 2|CP|$

Úloha 2. Je dán konečný graf. Dokažte, že lze jeho vrcholy rozdělit do dvou množin tak, aby více než polovina hran vedla mezi vrcholy z různých skupin.

Úloha 3. Nech $a, b, c > 0$ reálné, že $abc = 1$. Dokažte

$$\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right)\left(b - 1 + \frac{1}{c}\right)\left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1$$

Úloha 4. Čtyřúhelník $ABCD$ splňuje $\angle ABC = \angle BCD$, $\angle CDA = 90^\circ$, $|AB| = 2|CD|$. Dokažte, že osa úhlu $\angle ACB$ je kolmá na CD .

Úloha 5. Najděte všechny kladné celé čísla $n < 10^{100}$, pro které platí, že n delí 2^n , $n - 1$ delí $2^n - 1$ a $n - 2$ delí $2^n - 2$