

Mezinárodní
korespondenční
seminář

Medzinárodný
korešpondenčný
seminár

iKS

7. ročník
2017/2018

web: www.iksko.org

e-mail: info@iksko.org

Milý příteli !

Vítej mezi námi! iKS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (mks.mff.cuni.cz) a Korešpondenčního matematického seminára (www.kms.sk). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. I jedna vyřešená úloha v každé sérii již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři MKS a KMS – **doručovací adresa se tedy střídá** a bude vždy uvedena u zadání série. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky nebo anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy úloh na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze získat 0 – 7 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejjednoduššího po nejtěžší.

Ostatní pravidla iKS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. kms.sk/pravidla. Zdůrazníme zde jen nejpodstatnější věci: každou úlohu sepíšuj na **zvláštní papír A4**, v záhlaví uveď své **jméno a číslo úlohy**. O tom, zda jsi své řešení poslal včas, rozhoduje razítko na obálce. Řešení můžeš odevzdávat i **elektronicky** (což mírně preferujeme), detaily se dozvíš na našem webu.

Konečně, proč vlastně iKS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Pětice nejlepších řešitelů dále získá **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem „Vyhrál som iKS“!** Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní **iKS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i na Slovensku. Více naleznete na adrese www.iksko.org.



Matematický
Korespondenční
Seminář



Korespondenčný matematický seminár

Zadání 1. série

Termín odeslání: 1. května 2017

Adresa: Korespondenční seminář iKS
KAM MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1
Czech republic

Úloha G1. Buď ABC pravoúhlý trojúhelník s pravým úhlem u A . Označme střed strany BC jako M . Na straně AC najdeme bod D takový, že $|AM| = |AD|$. Kružnice opsané trojúhelníkům AMC a BDC se podruhé protnou v bodě P . Ukažte, že příčka CP půlí úhel ACB .

Úloha A1. Marian na tabuli napsal čísla 1000, 1001, \dots , 2999. Posléze opakoval následující kroky: vybral si dvě čísla, která jsou na tabuli napsaná, obě smazal a místo nich napsal polovinu toho menšího. Toto opakoval tak dlouho, až na tabuli zbylo jen jedno číslo. Ukažte, že toto číslo je menší než 1.

Úloha C1. V PraSestánu leží $n + 1$ měst očíslovaných čísly 1 až $n + 1$ (každé jiným). Tato země má propracovaný systém obousměrných leteckých linek, ve kterém platí, že mezi každými dvěma městy se dá dostat právě jedním způsobem (bez toho, abychom po letu z X do Y nastoupili na let z Y do X). V sousední iKSii se nachází 2^n měst kódovaných čísly 0 až $2^n - 1$ (každé jiným). Vláda iKSie se snaží zřídit svůj vlastní systém obousměrných leteckých linek. Protože PraSestánský systém zjevně funguje, rozhodla se jím iKSijská vláda inspirovat. Najala tedy několik aerolinek tak, aby platilo:

- Mezi každými dvěma městy existuje nanejvýš jeden (obousměrný) přímý let. Speciálně tedy dvě různé aerolinky nespojují přímým letem stejnou dvojici měst.
- Aby dvojice měst mohla být spojena přímým letem, musí se kódy těchto měst **napsané v číselné soustavě o základu 2 pomocí n cifer (s možnými nulami na začátku) lišit právě v jedné cifře.**
- Libovolná aerolinka A operuje v právě $n + 1$ městech. Navíc se těchto $n + 1$ měst musí dát označit čísly 1 až $n + 1$ tak, že města s čísly a a b jsou spojena přímým letem zřizovaným aerolinkou A právě tehdy, pokud jsou v PraSestánu města s čísly a a b spojena přímým letem.

Poradte iKSijské vládě, kolik nejvíce aerolinek je za splnění těchto pravidel určitě schopna najmout, nezávisle na rozdělení letů v PraSestánu.

Neopohádkanová verze: Mějme strom S na $n + 1$ vrcholech. Kolika nejvíce stromy izomorfními s S jsme určitě schopni polepit hrany n -dimenzionální hyperkrychle tak, aby žádné dva nesdílely hranu (příčemž mohou sdílet vrcholy)?

Úloha N1. Ukažte, že pro každé přirozené číslo t existuje přirozené číslo $n > 1$ nesoudělné s t takové, že žádné z čísel $n + t$, $n^2 + t$, $n^3 + t$, \dots není mocnina přirozeného čísla (s exponentem vyšším než jedna).

Návratka s kontaktními údaji

Pošli prosím vyplněné spolu s první sérií!

Jméno:*

Příjmení:*

Zpáteční adresa:*

Škola:*

E-mail:

*Nezbytný údaj