

Mezinárodní
korespondenční
seminář

Medzinárodný
korešpondenčný
seminár

*i*KS

13. ročník
2023/2024

web: www.iksks.org

e-mail: info@iksks.org

Milý příteli !

Vítej mezi námi! *i*KS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (mks.mff.cuni.cz) a Korešpondenčního matematického seminára (www.kms.sk). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku proběhne celkem šest sérií – jejich řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze získat 0 – 7 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejjednoduššího po nejtěžší.

Ostatní pravidla *i*KS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. kms.sk/pravidla. **Řešení přijímáme pouze elektronicky** pomocí odevzdávátka na našem webu (<http://iksks.org/submit>).

Konečně, proč vlastně *i*KS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem „Vyhrál som *i*KS“!** Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní ***i*KS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese www.iksks.org.



Matematický
Korespondenční
Seminář



Korespondenčný matematický seminár

Zadání 1. série

Termín odeslání: 15. květen 2023

Adresa submitka: www.iksko.org/submit

Úloha C1. Je dáno přirozené číslo n . Žába skáče po číselné ose, přičemž začíná na nule. Když sedí na kladném čísle, skočí vždy doleva (na nižší číslo), jinak skočí doprava. Musí v nějakém pořadí naskákat n skoků o délkách $1, 2, \dots, n$. Nechce však nikdy skočit na kterémkoliv z čísel 1 až k . Určete největší k , pro které to žába dokáže.

Úloha A1. Je dáno reálné číslo α takové, že posloupnost $\{\alpha\}, \{\alpha^2\}, \{\alpha^3\}, \dots$, nabývá pouze konečně mnoha hodnot, přičemž $\{x\}$ značí takové číslo z intervalu $(0, 1)$, že $x - \{x\}$ je celé číslo. Dokažte, že potom je α celé číslo.

Úloha N1. Řekněme, že kladné celé číslo n je *žirafa*, pokud platí, že každé celé číslo $1 \leq x \leq n$ lze vyjádřit jako součet navzájem různých kladných dělitelů n . Dokažte, že existuje nekonečně mnoho žiraf tvaru $a^2 + a + 42$ pro přirozené a .

Úloha G1. Je dán tětíkový čtyřúhelník $ABCD$. Na polopřímkách opačných k polopřímkám BA a DA zvolíme postupně body P a Q tak, aby platilo $|CD| = |BP|$, $|BC| = |DQ|$. Označme střed PQ jako M . Dokažte, že $|\sphericalangle BMD| = 90^\circ$.