

Zadání 3. série

Termín odeslání: 22. září 2025

Adresa submitka: www.iksko.org/submit

Email pro dotazy: info@iksko.org

Úloha G3. Necht ω, ω_a jsou postupně kružnice opsaná a kružnice připsaná straně BC v trojúhelníku ABC . Společné tečny ω, ω_a protínají přímkou BC v bodech P, Q . Dokažte, že $|\angle PAB| = |\angle CAQ|$.

Úloha C3. Každé políčko mřížky $n \times n$ je obarveno jednou z $n + 1$ barev. Políčko je různorodé, pokud se dohromady v jeho řádku a sloupci vyskytuje každá barva alespoň jednou. Určete maximální možný počet různorodých políček.

Úloha A3. Je dáno kladné celé číslo n , necht D je množina všech kladných celočíselných dělitelů n . Podmnožiny $A, B \subseteq D$ splňují podmínku, že pro libovolné $a \in A$ a $b \in B$ platí, že $a \nmid b$ a $b \nmid a$. Ukažte, že

$$\sqrt{|A|} + \sqrt{|B|} \leq \sqrt{|D|}.$$

Úloha N3. Najděte všechna celá čísla $n \geq 1$ taková, že $2^n - 1$ má přesně n kladných celočíselných dělitelů.