

Zadanie 4. série

Termín odoslania: 3. novembra 2025

Adresa submitka: www.iksko.org/submit

Úloha A4. Nech $n \geq 3$ je kladné celé číslo. Nájdite najväčšie reálne číslo t_n , také aby platila nerovnosť

$$\max(|a_1 + a_2|, |a_2 + a_3|, \dots, |a_{n-1} + a_n|, |a_n + a_1|) \geq t_n \cdot \max(|a_1|, |a_2|, \dots, |a_n|)$$

pre všetky reálne čísla $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Úloha N4. Nech $a_1 < a_2 < \dots < a_{2025}$ je aritmetická postupnosť kladných celých čísel a $b_1 < b_2 < \dots < b_{2025}$ je geometrická postupnosť kladných celých čísel. Nájdite maximálny možný počet spoločných prvkov oboch postupností, rámci všetkých dvojíc takýchto postupností.

Úloha G4. Daný je rôznostranný trojuholník ABC s výškami AD, BE, CF . Nech O je stred kružnice jemu opísanej. Kružnice opísané trojuholníkom ABC a ADO sa pretínajú v bode $P \neq A$. Priamka PE pretína kružnicu opísanú trojuholníku ABC v bode $X \neq P$ a PF v bode $Y \neq P$. Dokážte, že $XY \parallel BC$.

Úloha C4. Pre každé kladné reálne číslo ε dokážte, že existuje kladné celé číslo M , že každý graf s $n > M$ vrcholmi a aspoň $(1 + \varepsilon)n$ hranami má dva rôzne cykly rovnakej dĺžky.