

Zadanie 2. série

Termín odoslania: 29. júna 2026

Adresa submitka: www.iksco.org/submit

Email na otázky: info@iksco.org

Úloha G2. Na strane BC trojuholníka ABC leží bod D tak, že $|\angle DAB| = |\angle ACB|$. Nech bod E leží na úsečke AD , že spĺňa $|AB| = 2|BE|$. Na polpriamke opačnej k polpriamke DA leží bod F tak, že $|\angle BFA| = |\angle EBC|$. Dokážte, že priamka BE sa dotýka kružnice opísanej trojuholníku CDF .

Úloha N2. Nájdite všetky prirodzené čísla n , pre ktoré existuje párne prirodzené číslo a také, že výraz

$$(a-1)(a^2-1)(a^3-1)\dots(a^n-1)$$

je druhou mocninou prirodzeného čísla.

Úloha A2. Nech $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \dots$ je nekonečná postupnosť reálnych čísel z intervalu $(0, 1)$. Ukážte, že existuje číslo, ktoré sa v postupnosti

$$\frac{a_1}{1}, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{3}, \frac{a_4}{4}, \dots$$

vyskytuje práve raz.

Úloha C2. Nech $n \geq 2$ je celé číslo. Tabuľka $n \times n$ je na začiatku prázdna. V každom kroku je možné vykonať, jeden z nasledovných krokov:

1. Ak sa v tabuľke nachádza prázdna oblasť v tvare písmena L pozostávajúca z troch políčok (otáčanie a preklápanie nie je dovolené), tak na každé z týchto troch políčok môžeme umiestniť kameň.
2. Ak všetky políčka v niektorom riadku obsahujú kameň, môžeme všetky tieto kamene odstrániť.
3. Ak všetky políčka v niektorom stĺpci obsahujú kameň, môžeme všetky tieto kamene odstrániť.

Pre aké všetky n je možné, aby tabuľka bola po nenulovom počte krokov opäť prázdna?