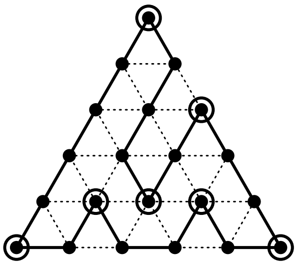
Zadání 3. série

Termín odeslání: 23. září 2013

Adresa pro odeslání:
Korespondenční seminář iKS
KAM MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1
Czech republic

Úloha C3. Rovnostranný trojúhelník o straně délky n je vyplněný jednotkovou trojúhelníčkovou mřížkou. Uzavřená lomená čára vede podél této mřížky a každý vrchol mřížky potká právě jednou. Dokažte, že tato čára alespoň $(n+1)$-krát zahne do ostrého úhlu.



Úloha G3. Čtyřstěn $ABCD$ má tu vlastnost, že součet obsahů stěn ABC a ABD je stejný jako součet obsahů stěn CDA a CDB. Ukažte, že středy hran AC, AD, BC, BD a střed koule vepsané leží v jedné rovině.

Úloha A3. Jsou dána reálná čísla $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Ukažte, že pro každou neprázdnou podmnožinu $M \subset \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ platí nerovnost

$$\Big(\sum_{i\in M} x_i\Big)^2 \le \sum_{1\le i\le j\le n} (x_i + \cdots + x_j)^2.$$

Úloha N3. Nalezněte všechna přirozená čísla n, pro která mají čísla n a 2^n+1 stejnou množinu prvočíselných dělitelů.