Mezinárodní korespondenční seminář

Medzinárodný korešpondenčný seminár

14. ročník
2024/2025

web: *www.iksko.org*   e-mail: *info@iksko.org*

Milý příteli !

Vítej mezi námi! *i*KS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (`mks.mff.cuni.cz`) a Korešpondenčného matematického seminára (`www.kms.sk`). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku proběhne celkem šest sérií – jejich řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze získat 0 – 7 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejlehčího po nejtěžší.

Ostatní pravidla *i*KS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. `kms.sk/pravidla`. **Řešení přijímáme pouze elektronicky** pomocí odevzdávátka na našem webu (`http://iksko.org/submit`).

Konečně, proč vlastně *i*KS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem** „Vyhral som *i*KS“! Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní ***i*KS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese `www.iksko.org`.

Matematický Korespondenční Seminář

SK MO

Korešpondenčný matematický seminár

Zadání 1. série

Termín odeslání: 13. květen 2024

Adresa submitka: `www.iksko.org/submit`

Email pro dotazy: `info@iksko.org`

Úloha A1. Dokažte, že pro každé přirozené n existuje souvislý úsek přirozených čísel menších nebo rovných n délky alespoň $\frac{n}{20}$ takový, že v tomto úseku neleží žádný člen žádné posloupnosti $a_1, a_2, \ldots$ splňující $a_1 = 3$, $a_2 = 4$ a pro každé $n \geq 2$ buď $a_{n+1} = 2a_n$, a nebo $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$.

Úloha G1. Nechť ABC je ostroúhlý různostranný trojúhelník, pro nějž platí $|CA| > |CB|$. Uvnitř ABC leží bod P takový, že $|\sphericalangle BPC| = 180° - |\sphericalangle BAC|$. Přímky BP a CP protínají strany AC a AB postupně v bodech B_1 a C_1. Střed úsečky B_1C_1 označíme M a druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům ABC a AB_1C_1 označíme Q. Dokažte, že $|\sphericalangle PQM| = |\sphericalangle CQB_1|$.

Úloha N1. Pro přirozené číslo n označme $\sigma(n)$ součet všech kladných dělitelů n. Najděte všechny dvojice přirozených čísel (m, n), kde $m, n \geq 2$, pro které platí

$$\frac{\sigma(m) - 1}{m - 1} = \frac{\sigma(n) - 1}{n - 1} = \frac{\sigma(mn) - 1}{mn - 1}.$$

Úloha C1. V iKSlandii je n měst. Každá dvě města jsou spojena obousměrnou leteckou linkou, která je obsluhována právě jednou ze tří leteckých společností. Miško by rád cestoval po iKSlandii, ale protože je chudý student, může si koupit měsíční lístek jen od jedné ze společností. Najděte největší přirozené k takové, že si Miško umí bez ohledu na to, které spoje jsou obsluhovány kterou společností, vybrat jednu z nich a počáteční město tak, aby mohl navštívit alespoň k měst.