

Mezinárodní
korespondenční
seminář

Medzinárodný
korešpondenčný
seminár

iKS

8. ročník
2018/2019

web: www.iksksko.org

e-mail: info@iksksko.org

Milý příteli !

Vítej mezi námi! iKS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (mks.mff.cuni.cz) a Korešpondenčného matematického seminára (www.kms.sk). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři z Česka a Slovenska. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze získat 0 – 7 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejjednoduššího po nejtěžší.

Ostatní pravidla iKS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. kms.sk/pravidla. Preferujeme řešení poslaná **elektronicky**. Od toho slouží naše **submitovatko**, které nalezneš na adrese www.iksksko.org/submit. Pozor, do submitka je třeba se na té samé stránce předem registrovat - to doporučujeme udělat s určitou časovou rezervou. V případě potřeby ovšem přijímáme i řešení poslaná obyčejnou poštou na naši českou adresu: Korespondenční seminář iKS, KAM MFF UK, Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha 1, ČR. V tomto případě včasnost odeslání rozhodujeme podle razítka na obálce. Na rozdíl od ostatních seminářů opravená řešení neposíláme poštou zpátky. Komentáře k nim píšeme přímo na příslušné místo na stránce submitka.

Rádi bychom tě také poprosili, abys při odeslání své první série do hlavičky některé z úloh napsal(a) své jméno, příjmení, školu a ročník. Preferované, ač nepovinné údaje jsou také emailová adresa a adresa domů.

Konečně, proč vlastně iKS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **trčko s prestižním nápisem** „Vyhrál som iKS“! Kromě toho každý rok chystáme exkluzivní **iKS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese www.iksksko.org.



Matematický
Korespondenční
Seminář



Korespondenčný matematický seminár

Zadání 1. série

Termín odeslání: 30. dubna 2018

Adresa submitka: www.iksko.org/submit

Úloha C1. V chaloupce žije n trpaslíků. Jednoho dne si každý trpaslík vzal svůj oblíbený hrneček a postavil ho na okraj kulatého stolu. Když bylo dokola na stole vyskládáno n hrnečků, postavil se každý trpaslík k nějakému z nich, každý k jinému, všichni si najednou připili z hrnečku před nimi a posunuli se po směru hodinových ručiček k následujícím. Toto opakovali, dokud se nevrátili k hrnečku, ke kterému se postavili na začátku. Určete, pro která n mohli trpaslíci rozestavit hrnečky a následně se k nim postavit tak, aby při každém připitku pil alespoň jeden trpaslík ze svého oblíbeného hrnečku.

Úloha N1. Nechtě přirozená čísla a, b, c, d splňují $ad \neq bc$ a $\text{NSD}(a, b, c, d) = 1$.¹ Označme S množinu těch čísel, která se dají vyjádřit jako $\text{NSD}(an + b, cn + d)$ pro nějaké přirozené n . Ukažte, že existuje číslo k takové, že S obsahuje právě všechny kladné dělitele k .

Úloha A1. Pavel našel reálná čísla a, b, c, d , která jsou v absolutní hodnotě větší než 1 a splňují vztah

$$abc + bcd + cda + dab + a + b + c + d = 0.$$

Ukažte, že platí

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1} + \frac{1}{d-1} > 0.$$

Úloha G1. Kružnice ω_1 a ω_2 se protínají v bodech P a K . Jejich společná tečna blíží k P se dotýká ω_1 v X a ω_2 v Y . Přímka YP , resp. XP , protíná ω_1 , resp. ω_2 , v bodě B , resp. C . Nechtě A je průsečík přímek BX a CY . Druhý průsečík kružnic opsaných AXY a ABC si označíme jako Q . Ukažte, že $\angle QXA = \angle QKP$.

¹Zápis $\text{NSD}(a_1, \dots, a_n)$ značí největší přirozené číslo, které dělí všechna celá čísla a_1, \dots, a_n .