

Mezinárodní
korespondenční
seminář

Medzinárodný
korešpondenčný
seminár

iKS

6. ročník
2016 / 2017

web: www.iksco.org

e-mail: info@iksco.org

Milý příteli !

Vítej mezi námi! iKS je korespondenční seminář, na jehož provozu spolupracují organizátoři Matematického korespondenčního semináře KAM MFF UK (mks.mff.cuni.cz) a Korešpondenčního matematického seminára (www.kms.sk). Nahrazuje bývalou nejtěžší kategorii γ v KMS, je tedy určen zejména pro pokročilé řešitele. Budeme nicméně rádi za každé došlé řešení či jen jeho náznak. Jediná vyřešená úloha již může znamenat slušné umístění!

Letošní ročník začíná již v tomto školním roce a skončí před celostátním kolem Matematické olympiády následující rok. Během roku bude celkem šest sérií, které budou střídavě zadávat a opravovat organizátoři KMS (liché série) a MKS (sudé série) – **doručovací adresa se tedy střídá**; bude vždy uvedena u zadání série. Svá řešení můžeš psát česky, slovensky, ale i anglicky. Řešení je možné (a zároveň nejjednodušší) odevzdávat i elektronicky přímo na stránkách www.iksco.org.

Každá série sestává ze čtyř úloh, které pokrývají čtyři základní typy problémů na matematických olympiádách: **algebra** (A), **kombinatorika** (C), **geometrie** (G) a **teorie čísel** (N). Za každou úlohu lze standardně získat 0 – 7 bodů, ve výjimečných případech (velmi originální řešení, zajímavé zobecnění úlohy...) může opravovatel udělit až 9 bodů. Příklady se snažíme řadit od nejjednoduššího po nejtěžší.

Ostatní pravidla iKS jsou prakticky totožná s pravidly ostatních korespondenčních seminářů, viz např. kms.sk/pravidla. Zdůrazníme zde jen nejpodstatnější věci: každou úlohu sepisuj na **zvláštní papír A4**, v záhlaví uveď své **jméno** a **číslo úlohy**. O tom, zda jsi své řešení poslal včas, rozhoduje razítko na obálce.

Konečně, proč vlastně iKS řešit? Především jde o velmi dobrou přípravu na Matematickou olympiádu i mezinárodní matematické soutěže. Nejlepší řešitelé dále získají **hodnotné matematické knihy** dle vlastního výběru, absolutní vítěz navíc **tričko s prestižním nápisem** „Vyhral som iKS“! Kromě toho i v tomto ročníku chystáme exkluzivní **iKS soustředění** pro nejlepší řešitele, které je bezesporu nejvíce matematicky nabitou akcí svého druhu v Česku i Slovensku. Více naleznete na adrese www.iksco.org.



Matematický
Korespondenční
Seminář



Korespondenčný matematický seminár

Zadanie 1. série

Termín odoslania: 2. 5. 2016

Elektronicky: www.iksko.org

Poštou: KMS – iKS
OATČ KAGDM FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
Slovakia

Úloha N1. Nech d je prirodzené číslo a a_0, a_1, a_2, \dots je postupnosť prirodzených čísel taká, že $a_0 = 1$ a pre všetky $n \geq 1$ platí:

- $a_n = \frac{a_{n-1}}{3}$, ak 3 delí a_{n-1} ,
- $a_n = a_{n-1} + d$, ak 3 nedelí a_{n-1} .

Nájdite všetky prirodzené čísla d také, že existuje $k > 0$ také, že $a_k = 1$.

Úloha A1. Nájdite všetky funkcie $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ také, že pre všetky štvorce racionálnych čísel $w < x < y < z$ tvoriacich aritmetickú postupnosť platí:

$$f(w) + f(z) = f(x) + f(y)$$

Úloha C1. V každom políčku tabuľky $2m \times 2n$ sa nachádza celé číslo. Môžeme robiť nasledujúcu operáciu: Zvolíme si tri políčka, ktoré tvoria L -triomino (teda nejaké políčko C a dve ďalšie ktoré s ním susedia hranou, jedno vodorovne a druhé zvislo) a pripočítame 1 k číslu napísanému v každom z nich. Nájdite všetky dvojice čísel m, n také, že pre ľubovoľnú počiatočnú pozíciu, sa vieme dostať do stavu, keď je v každom políčku tabuľky rovnaké číslo.

Úloha G1. Daný je trojuholník ABC s opísanou kružnicou k_1 . Bod dotyku kružnice vpísanej do tohto trojuholníka so stranou BC nazveme N . Nech k_2 je taká kružnica, že sa dotýka BC v N a kružnice k_1 na rovnakej polrovine oddelenej priamkou BC ako bod A . Nech O je stred k_2 a J je stred kružnice pripísanej k strane BC . Dokážte, že AO je rovnobežná s JN .

Návratka s kontaktnými údajmi

Pošli prosím vyplnené spolu s prvú sériú!

Jméno:*

Příjmení:*

Zpáteční adresa:*

Škola:*

E-mail:

*Nezbytný údaj