Zadání 3. série

Termín odeslání: 28. září 2015

Adresa: *Korespondenční seminář iKS*
KAM MFF UK
Malostranské náměstí 25
118 00 Praha 1
Czech republic

Úloha G3. V trojúhelníku ABC zvolíme na stranách BC, CA, AB postupně body A_1, B_1, C_1 tak, aby platilo $|AB_1|-|AC_1| = |CA_1|-|CB_1| = |BC_1|-|BA_1|$. Nechť I_a, I_b, I_c jsou postupně středy kružnic vepsaných trojúhelníkům AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C. Ukažte, že střed kružnice opsané trojúhelníku $I_aI_bI_c$ splývá se středem kružnice vepsané trojúhelníku ABC.

Úloha C3. Je možné přiřadit nenulová reálná čísla bodům roviny tak, aby součet hodnot ve vrcholech každého pravidelného 2015-úhelníku byl nulový?

Úloha A3. Patrik si napsal reálný monický polynom stupně 2014, vyhodnotil jej v 2015 různých celočíselných bodech, vzal z nich absolutní hodnoty a vybral tu největší. Polynom i body volil tak, aby výsledná hodnota byla nejnižší možná. Kolik mu vyšlo?

Úloha N3. Patrik miluje prvočísla. Některá miluje hodně, jiná více, ale má několik prvočísel, která miluje nejvíce. Všechna tato prvočísla si schoval do konečné neprázdné množiny P. K narozeninám by si od vás přál takové přirozené číslo n, které lze zapsat jako $a^p + b^p$ pro nějaká $a, b \in \mathbb{N}$ (kde p je prvočíslo) právě tehdy, když $p \in P$. Rozhodněte, zda můžete jeho přání splnit pro každou množinu P.